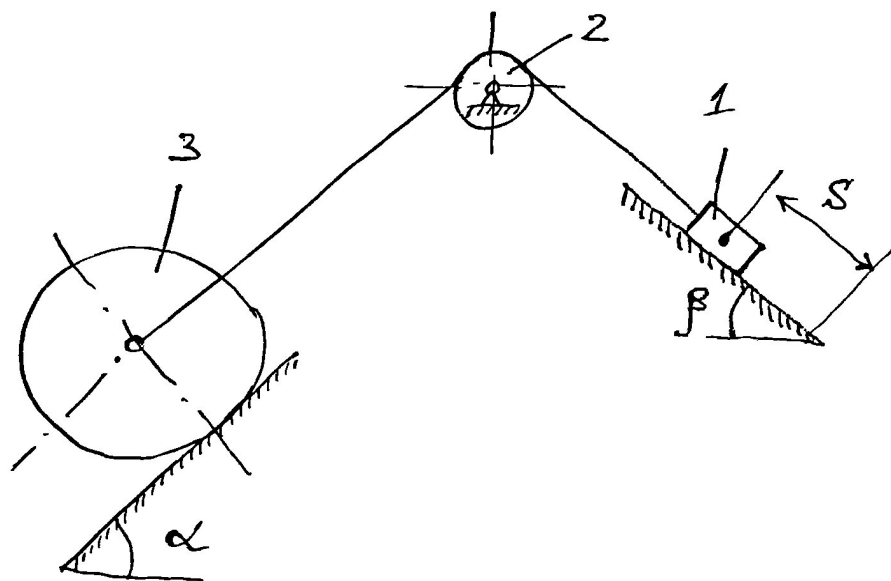


$$\begin{aligned} m_1 &= m \\ m_2 &= \frac{1}{4} m \\ m_3 &= \frac{1}{8} m \\ R_3 &= 35 \text{ см} \\ \alpha &= 15^\circ \\ \beta &= 30^\circ \\ f &= 0,20 \\ \delta &= 0,20 \text{ см} \\ S &= 2,4 \text{ м} \end{aligned}$$



$$v_1 = ?$$

Применим теорему об изменении кинетической энергии систем:

$$T - T_0 = \sum A_i^E + \sum A_i^T, \quad (1)$$

где T_0 и T — кинетическая энергия, систем в начальном и конечном положениях; $\sum A_i^E$ — сумма работ внешних сил, приложенных к системе, на перемещении систем из начального положения в конечное; $\sum A_i^T$ — сумм. работ внутренних сил систем на том же перемещении.

Для систем, состоящих из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями и стержнями

$$\sum A_i^T = 0.$$

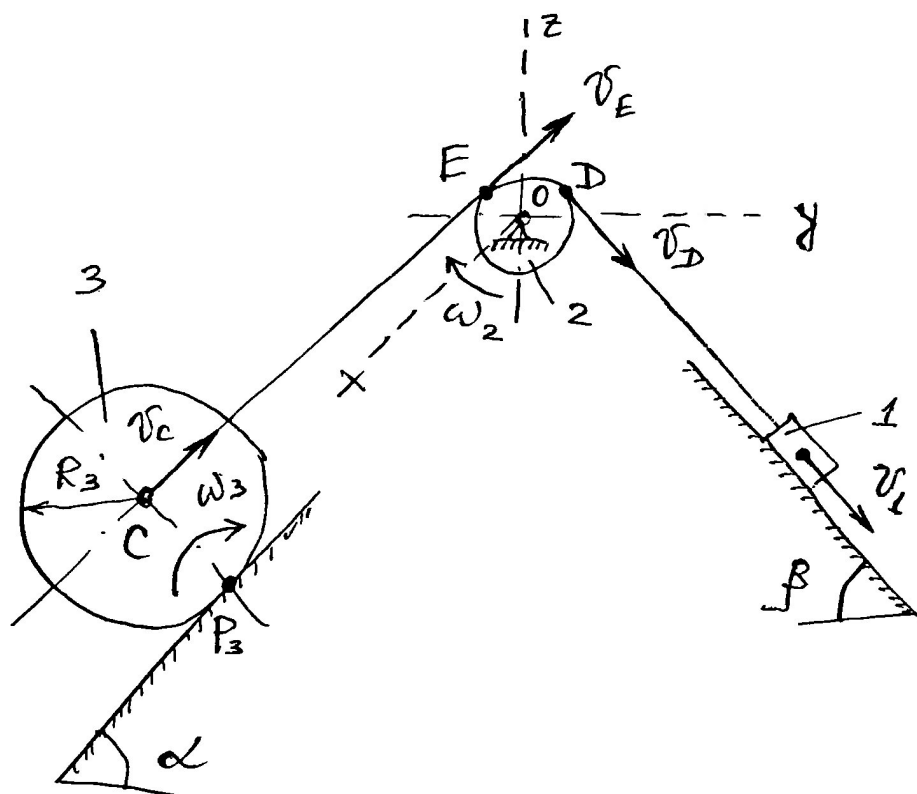
Так как в начальном положении система находится в покое, то $T_0 = 0$.

Следовательно, ур-ние (1) принимает вид:

$$T = \sum A_i^E \quad (2)$$

Напишем кинематические соотношения между скоростями и перемещениями точек систем, т.е. уравнения связей, при этом скорости и перемещения выразим соответственно через скорости и перемещения груза 1.

Скорость точки D блока 2: $v_D = v_1$



Скорость точки E блока 2:

$$v_E = v_D = v_1$$

Угловая скорость блока 2:

$$\omega_2 = \frac{v_D}{R_2} = \frac{v_1}{R_2}$$

Скорость центра масс C катка 3:

$$v_C = v_E = v_1$$

Угловая скорость катка 3, мгновенный центр скоростей которого находится в точке P_3 :

$$\omega_3 = \frac{v_C}{CP_3} = \frac{v_C}{R_3} = \frac{v_1}{R_3} \quad (3)$$

Вычислим кинетическую энергию груза 1, движущегося поступательно:

$$T_1 = m_1 v_1^2 / 2 = m v_1^2 / 2$$

Кинетическая энергия блока 2, вращающегося вокруг оси Oх:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{Ox} \omega_2^2,$$

где $J_{2x} = \frac{1}{2} m_2 R_2^2$ - момент инерции

блока 2 относительно оси Ox .

Следовательно,

$$T_2 = \frac{1}{4} m_2 R_2^2 \omega_2^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} m R_2^2 \left(\frac{v_1}{R_2} \right)^2 = \frac{m R_2^2}{16} \frac{v_1^2}{R_2^2} =$$
$$= \frac{1}{16} m v_1^2$$

Кинетическая энергия катушки 3, совершающего плоское движение:

$$T_3 = \frac{m_3 v_c^2}{2} + \frac{J_{3c} \omega_3^2}{2}, \text{ где}$$

$J_{3c} = \frac{1}{2} m_3 R_3^2$ - момент инерции катушки 3 относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости катушки через её центр C .

Следовательно,

$$T_3 = \frac{m_3 v_c^2}{2} + \frac{\frac{1}{2} m_3 R_3^2 \cdot \omega_3^2}{2} = \frac{m_3 v_c^2}{2} + \frac{m_3 R_3^2 \left(\frac{v_1}{R_3} \right)^2}{4} =$$
$$= \frac{m_3 v_1^2}{2} + \frac{m_3 v_1^2}{4} = \frac{3}{4} m_3 v_1^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8} m v_1^2 = \frac{3}{32} m v_1^2$$

В сумме получаем:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_1^2}{16} + \frac{3}{32} m v_1^2 =$$
$$= \frac{16 m v_1^2 + 2 m v_1^2 + 3 m v_1^2}{32} = \frac{21}{32} m v_1^2$$

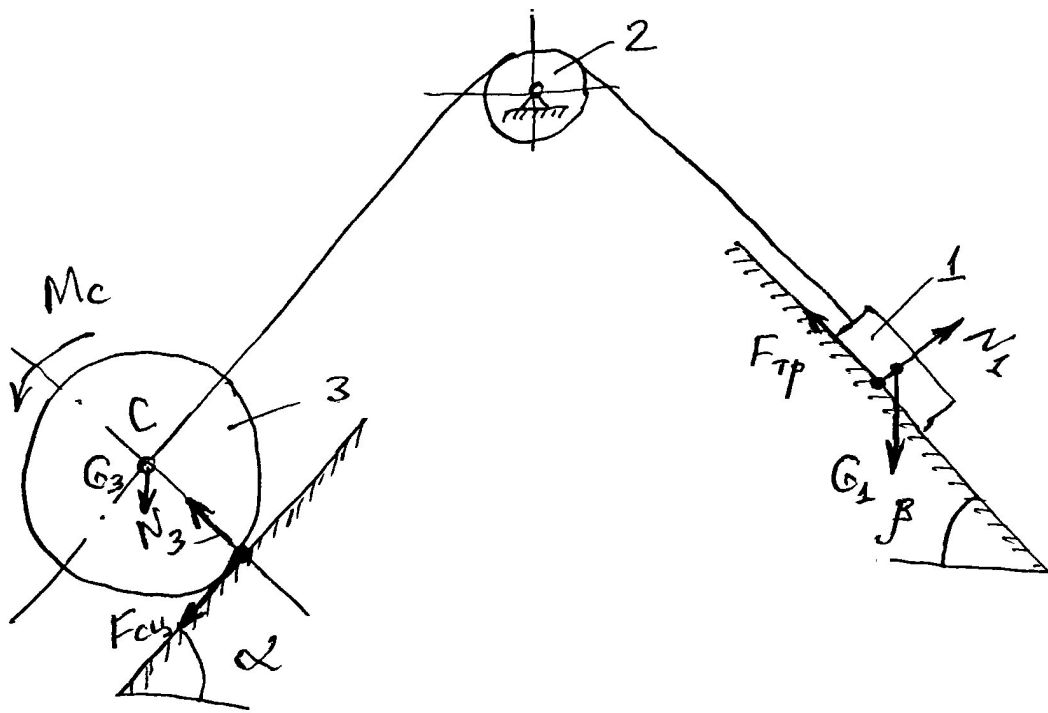
Найдем сумму работ всех внешних сил, приложенных к системе, на заданном её перемещении.

Работа силы тяжести \vec{G}_1 :

$$A_{G_1} = G_1 \cdot h_1 = m_1 g \cdot s \cdot \sin \beta = m g \cdot s \cdot \sin \beta$$

Работа силы трения скольжения:

$$A_{F_{тр}} = - F_{тр} \cdot S = - f m_1 g \cdot S \cos \beta = - f m g \cdot S \cos \beta$$



Работа сил тяжести G_3 :

$$A_{G_3} = - G_3 \cdot h_3 = - m_3 g \cdot S_3 \cdot \sin \alpha = - \frac{1}{8} m g \cdot S_3 \sin \alpha,$$

где $S_3 = R_3 \cdot \psi_3$ — смещение оси C катка 3.

ψ_3 найдем из (3), заменив ω_3 и v_1 следующим образом:

$$\omega_3 = \frac{d\psi_3}{dt}, \quad v_1 = \frac{dS}{dt}$$

Тогда получаем:

$$\frac{d\psi_3}{dt} = \frac{1}{R_3} \frac{dS}{dt} \quad \text{или} \quad d\psi_3 = \frac{dS}{R_3}$$

После интегрирования (при нулевых начальных условиях):

$$\psi_3 = \frac{S}{R_3}$$

Следовательно, $S_3 = R_3 \cdot \frac{S}{R_3} = S$

Тогда получаем:

$$A_{G_3} = -\frac{1}{8}mg \cdot S \sin \alpha$$

Работа пар сил сопротивления качению катка 3:

$$A_{M_c} = -M_c \varphi_3,$$

$$\text{где } M_c = S N_3 = S G_3 \cdot \cos \alpha = S m_3 g \cdot \cos \alpha = \\ = \frac{1}{8} S m g \cos \alpha$$

Следовательно,

$$A_{M_c} = -\frac{1}{8} S m g \frac{S}{R_3} \cdot \cos \alpha$$

Работа сил сцепления \vec{F}_{cs} катка 3 равна нулю, так как эта сила приложена в мгновенном центре скоростей этого катка.

Тогда получаем:

$$\sum A_i^E = mg S \cdot \sin \beta - f mg \cdot S \cdot \cos \beta - \frac{1}{8} mg \cdot S \cdot \sin \alpha - \\ - \frac{1}{8} S m g \frac{S}{R_3} \cdot \cos \alpha = mg S \left(\sin \beta - f \cos \beta - \frac{1}{8} \sin \alpha - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} S \frac{1}{R_3} \cos \alpha \right) = mg S \left(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ - \frac{1}{8} \sin 15^\circ - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \frac{0,002}{0,35} \cos 15^\circ \right) = 0,2938 mg S$$

Тогда, воспользовавшись (2), получаем:

$$\frac{21}{32} m v_1^2 = 0,2938 mg S$$

$$v_1^2 = \frac{0,2938 g \cdot S \cdot 32}{21} = \frac{0,2938 \cdot 9,8 \cdot 2,4 \cdot 32}{21} = 10,5298 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

$$v_1 = 3,2449 \text{ м/с}$$