К7 №2

$S_r(t) = 20 \sin \pi t$
$\varphi_e(t) = 0{,}4t^2 + t$
$t_1 = 5/3$ с
$R = 20$ см

$v(t_1)$ – ?
$a(t_1)$ – ?

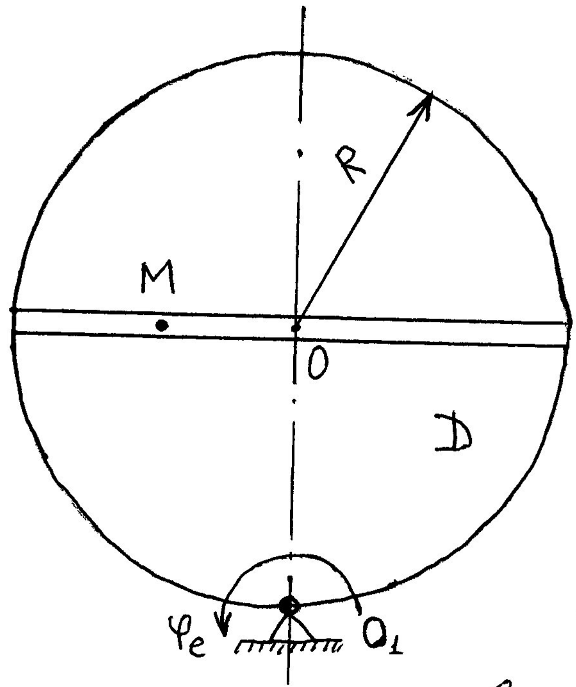


рис. 1

Будем считать, что в заданный момент времени плоскость чертежа совпадает с плоскостью тела D.

При $t = 5/3$ с $\quad S_r = 20 \sin \frac{\pi \cdot 5}{3} = -17{,}3205$ см.

Абсолютную скорость точки M найдем как геометрическую сумму относительной и переносной скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_e .$$

Модуль относительной скорости $v_r = |\tilde{v}_r|$, где

$$\tilde{v}_r = \frac{dS_r}{dt} = 20\pi \cos \pi t .$$

При $t = \frac{5}{3}$ с $\quad \tilde{v}_r = 20\pi \cos \pi \frac{5}{3} = 31{,}4159$ см/с,

$$v_r = 31{,}4159 \text{ см/с}$$

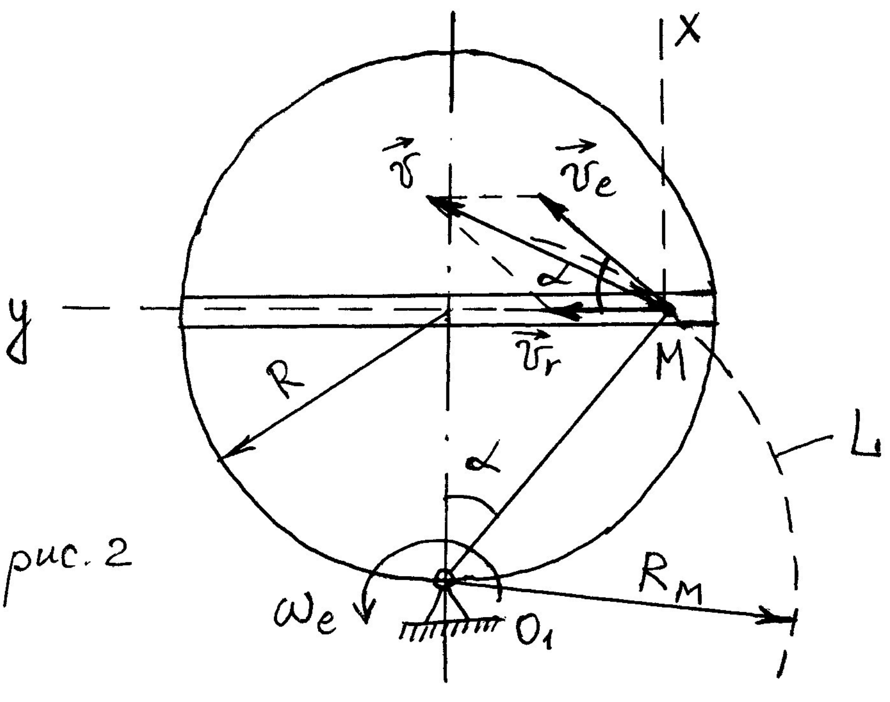


рис. 2

Положительный знак у $\tilde{v}_r$ показывает, что вектор $\vec{v}_r$ направлен в сторону увеличения S_r.

Модуль переносной скорости $v_e = R_M \cdot \omega_e$, где

$$R_M = \sqrt{R^2 + S_r^2} = \sqrt{20^2 + (17{,}3205)^2} = 26{,}4575 \text{ см}$$

$$\omega_e = |\tilde{\omega}_e|, \text{ где } \tilde{\omega}_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = 0{,}8t + 1.$$

При $t = \frac{5}{3}$ с $\tilde{\omega}_e = 0{,}8\frac{5}{3} + 1 = 2{,}3333$ рад/с, $\omega_e = 2{,}3333 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Т.о., направление вращения тела D совпадает с направлением отсчёта угла φ_e.

Тогда $v_e = 26{,}4575 \cdot 2{,}3333 = 61{,}7333$ см/с

Вектор $\vec{v}_e$ направлен по касательной к окружности L в сторону вращения тела D.

Модуль абсолютной скорости точки M определим методом проекций:

$$v_x = v_e \sin\alpha, \quad v_y = v_e \cos\alpha + v_r$$

Здесь $\cos\alpha = \frac{R}{R_M} = \frac{20}{26{,}4575} = 0{,}7559$,

$$\sin\alpha = \frac{|S_r|}{R_M} = \frac{17{,}3205}{26{,}4575} = 0{,}6546.$$

С учетом этого получаем:

$v_x = 61{,}7333 \cdot 0{,}6546 = 40{,}4106$ см/с,

$v_y = 61{,}7333 \cdot 0{,}7559 + 31{,}4159 = 78{,}0801$ см/с.

Отсюда находим:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(40{,}4106)^2 + (78{,}0801)^2} = 87{,}9177 \text{ см/с}$$

Абсолютное ускорение точки M равно геометрической сумме относительного, переносного и кориолисова ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c, \text{ или в развернутом виде:}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{r\tau} + \vec{a}_{rn} + \vec{a}_e^{\,в} + \vec{a}_e^{\,ц} + \vec{a}_c.$$

Модуль относительного касательного ускорения

$$a_{r\tau} = |\tilde{a}_{r\tau}|, \text{ где } \tilde{a}_{r\tau} = \frac{d^2 S_r}{dt^2} = -20\pi^2 \sin\pi t$$

При $t = \frac{5}{3}$ с $\tilde{a}_{r\tau} = -20\pi^2 \sin\frac{\pi 5}{3} = 170{,}9466$ см/с²,

$$a_{r\tau} = 170{,}9466 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\vec{a}_{r\tau}$ совпадает по направлению с $\vec{v}_r$. Т.к. знаки у $\tilde{a}_{r\tau}$ и $\tilde{v}_r$ одинаковы, то движение точки М ускоренное.

Относительное нормальное ускорение $a_{rn} = \frac{v_r^2}{R_r} = 0$, т.к. $R_r = \infty$ (траектория относительного движения – прямая).

Модуль переносного вращательного ускорения $a_e^в = R_M \cdot \varepsilon_e$, где $\varepsilon_e = |\tilde{\varepsilon}_e|$ – модуль углового ускорения тела D.

$\tilde{\varepsilon}_e = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0,8$ рад/с², $\varepsilon_e = 0,8$ рад/с².

Знаки $\tilde{\varepsilon}_e$ и $\tilde{\omega}_e$ одинаковы, следовательно, вращение тела D ускоренное, а направления векторов $\vec{\omega}_e$ и $\vec{\varepsilon}_e$ совпадают (они перпендикулярны плоскости чертежа и направлены к наблюдателю).

Тогда получаем $a_e^в = 26,4575 \cdot 0,8 = 21,1660$ см/с²

Вектор $\vec{a}_e^в$ совпадает по направлению с $\vec{v}_e$.

Модуль переносного центростремительного ускорения

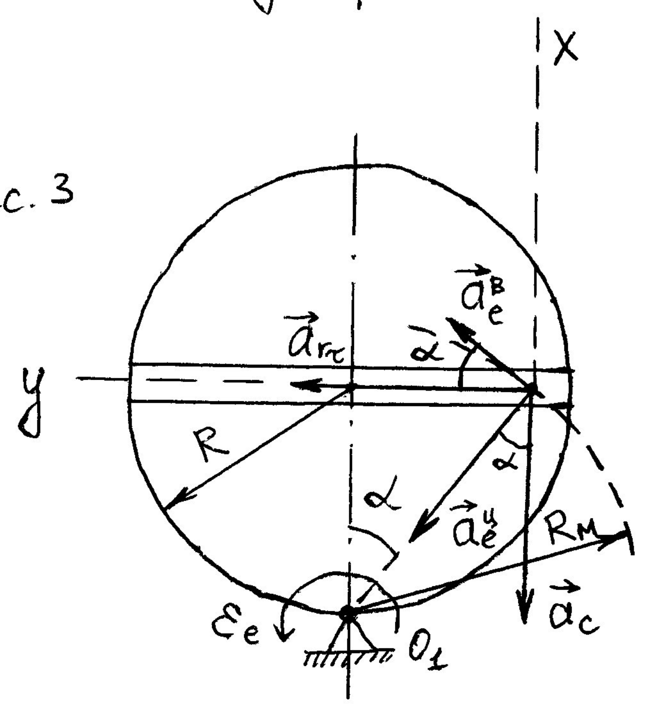
$a_e^ц = R_M \cdot \omega_e^2 = 26,4575 \cdot (2,3333)^2 = 144,0423$ см/с².

Вектор $\vec{a}_e^ц$ направлен к центру окружности L.

Кориолисово ускорение $\vec{a}_c = 2 \cdot \vec{\omega}_e \times \vec{v}_r$. Модуль кориолисова ускорения $a_c = 2 \cdot \omega_e v_r \sin(\vec{\omega}_e, \vec{v}_r)$, где $\sin(\vec{\omega}_e, \vec{v}_r) = \sin 90° = 1$.

$a_c = 2 \cdot 2,3333 \cdot 31,4159 \cdot 1 =$
$= 146,6054$ см/с²

рис. 3



Модуль абсолютного ускорения точки М находим способом проекций:

$a_x = a_e^в \sin\alpha - a_c - a_e^ц \cos\alpha =$

$= 21,166 \cdot 0,6546 - 146,6054 -$
$- 144,0423 \cdot 0,7559 = -241,6317$ см/с²

$a_y = a_{r\tau} + a_e^в \cos\alpha + a_e^ц \sin\alpha =$

$= 170,9466 + 21,166 \cdot 0,7559 + 144,0423 \cdot 0,6546 = 281,2361$ см/с²

В итоге получаем:

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-241,6317)^2 + (281,2361)^2} = 370,7824$ см/с²